

Física del giroscopio. ¿Cómo funciona?

¿Una paradoja?

"Powerball", "Gyrotwister" o "Rolerball" son los nombres con los que se vende un artilugio que entrena los músculos de la mano. Se trata de un giroscopio esférico. Rota suspendido en el interior de una ligera, delgada y traslúcida esfera hueca; a través de la misma se observa el cuerpo que lleva dentro. El giroscopio queda suspendido gracias a un eje de pequeño diámetro, cuyos extremos se insertan en una ranura de la cara interna de la cápsula. La ranura abarca un círculo máximo entero de la cápsula; es un poco más ancha que el diámetro del eje, para que éste pueda girar libremente o rodar por los laterales de la ranura. Se puede acceder al giroscopio a través de un agujero circular abierto en la cápsula, de manera que se le podría hacer girar con el pulgar, o tirando de una cuerda unida a su ecuador.

El juego consiste en acelerar el giroscopio, sin tocarlo directamente, hasta un número de revoluciones mucho mayor. Hay que mover el artilugio con habilidad en la mano.

¿Cómo llega a acelerarse? El giroscopio va unido a la cápsula sólo por los dos puntos en los que su eje toca la cara interna de la ranura. Las fuerzas que se puedan transmitir por esos puntos llevan irremediablemente la dirección equivocada, pues el momento angular que generan será perpendicular al eje del giroscopio: a lo sumo cambiará la dirección en que gire éste, pero la rotación no se acelerará.

O, al menos, éste era el resultado al que llegamos, una noche, entre amigos, al aplicar los principios de la física clásica. Habíamos estado buscando la aceleración que da sentido al aparato. Al final lo conseguimos. Refutamos la teoría con la práctica. ¿Dónde estaba nuestro error de razonamiento?

Formas de moverse del giroscopio

Si se tiene en la mano el aparato mientras gira deprisa, se verá que el giroscopio rota alrededor de un eje de rotación que no cambia con el tiempo; el número de rotaciones por segundo irá poco a poco disminuyendo. La interacción con la cápsula se restringe a cierta fricción entre el eje del giroscopio y una posición (siempre la misma) de la ranura-guía. Este es el movimiento ordinario de un giroscopio. No cuesta desplazar el eje de rotación paralelamente, pero cambiar su orientación en el espacio requiere un considerable esfuerzo, tanto mayor cuanto más deprisa gire el giroscopio.

La rotación se caracteriza mediante una magnitud vectorial, el momento angular. Para un giroscopio esférico, ese vector reposa en el eje instantáneo de rotación y apunta en el sentido en que se enroscaría un

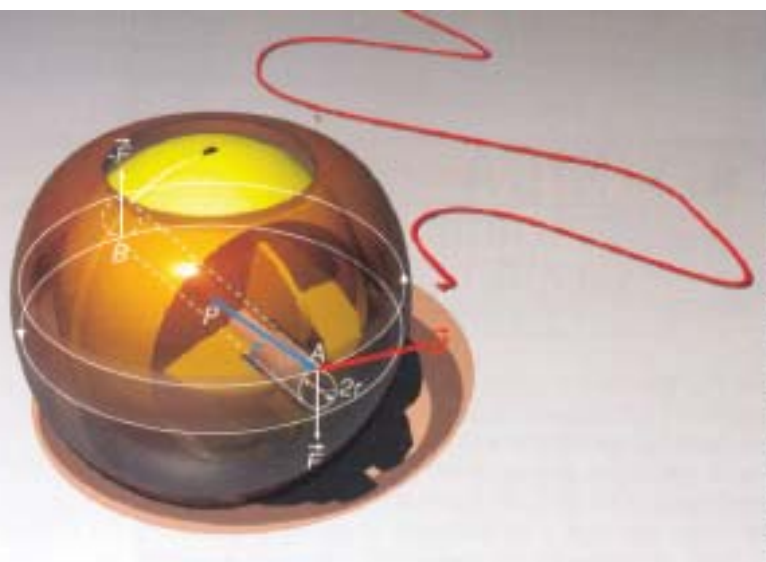
tornillo que girara como el giroscopio. El módulo del momento angular es igual, en determinados casos especiales, el giroscopio esférico entre ellos, al producto de la velocidad angular y del momento de inercia respecto al eje de giro; el momento de inercia crece con la masa que gire y su distancia al eje de rotación.

Para el momento angular valen principios análogos a los del momento a secas, o producto de la masa por la velocidad, que se conserva siempre que no actúe ninguna fuerza. El momento angular de un cuerpo en rotación cambia sólo si actúa sobre él un momento de fuerza M ; la variación (derivada temporal) del momento angular es igual al momento de fuerza que intervenga: $d\vec{L}/dt = \vec{M}$ o $d\vec{L} = \vec{M} dt$. Hay una definición breve de M : "brazo de palanca por fuerza" ($\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F}$). Ahí "por" se refiere al producto vectorial de dos vectores: el vector \vec{M} es perpendicular a los vectores \vec{R} y \vec{F} , y su módulo (su "longitud") coincide con el producto ordinario de los módulos de \vec{R} y \vec{F} sólo si estos vectores son perpendiculares entre sí; si no, será menor.

Sobre nuestro tranquilo giroscopio no actúan, casi, momentos de fuerza. Su momento angular permanece



1. El "Powerball" se recomienda a deportistas, pianistas y usuarios de teclados de todo tipo para fortalecer la musculatura de la mano



DIBUJO: ARTUR HAMBISPEKTRUM DER WISSENSCHAFT

2. Mientras los márgenes de la ranura-guía obligan al eje del giroscopio "a seguir la pista", ejercen un par de fuerzas (F , $-F$) sobre los puntos A y B. El momento de fuerza que se genera es perpendicular a F y al vector R del brazo de palanca, que va de P a A. Como el eje instantáneo de rotación, y por ello el vector del momento angular, apuntan en la misma dirección que R , el momento angular y el momento de fuerza serán perpendiculares entre sí

constante (aproximadamente) en dirección y módulo. Y aunque actuara un momento de fuerzas cuyo vector fuera perpendicular al vector del momento angular, sólo cambiaría la dirección de éste, pero no su módulo (dibujo de la derecha, abajo).

Precesión sin empuje

Más interesante que esta rotación libre es el movimiento de precesión. Sujetemos con fuerza la cápsula de tal manera que no se mueva (con las grandes fuerzas que aparecen, lo conseguiremos sólo en cierta medida). La ranura que sirve de guía en la cápsula quedará quieta, pues, en el espacio. El eje del giroscopio se irá desplazando ("precesionará") lentamente por el círculo que le marca la ranura. Al contrario de lo que sucede en la rotación libre, no rozará la cara interna de la ranura, sino que rodará sin deslizamiento por ella (véase la figura 2, donde los márgenes de la ranura que figuran en el dibujo pueden hallarse en cualquier posición), a un lado por el margen "superior", al otro lado por el "inferior".

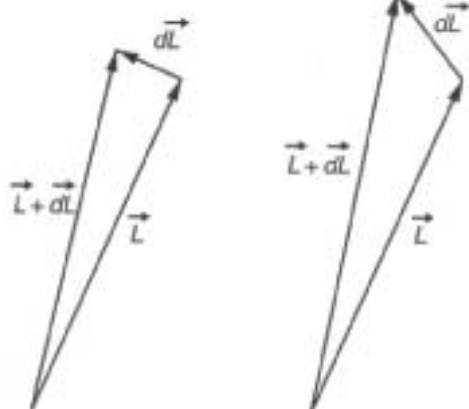
El diámetro de la cápsula y, por tanto del margen de la ranura, es más o menos cincuenta veces mayor que el diámetro del eje del giroscopio allí donde toca el margen: si observamos con mayor detenimiento, veremos que el eje se reduce en sus extremos hasta un grosor de un milímetro, mientras que el juguete entero tiene

más o menos unos cinco centímetros de diámetro. Por tanto, cuando el giroscopio complete cincuenta vueltas, habrá rodado una vez por el perímetro (interno) de la cápsula: la frecuencia de precesión es a la de rotación como el radio del eje giroscópico al de la cápsula; en este caso, 1 a 50.

No intervienen más fuerzas que las que ejercen los márgenes de la ranura sobre los dos extremos del eje del giroscopio. El momento de estas fuerzas es perpendicular al eje del giroscopio. Se debe distinguir entre el eje (material) del giroscopio y el eje instantáneo (infinitamente delgado) de rotación, esto es, la línea recta cuyos puntos tienen en cada instante velocidad cero. Coincide con la recta que pasa por los puntos de contacto A y B; en general cambia con el tiempo. Pero el vector del momento de fuerzas generado por los márgenes de la ranura está dispuesto perpendicularmente al eje instantáneo y, por tanto, también al momento angular: de éste sólo se alterará la dirección (lo que sucede, pues el giroscopio precesiona), pero no su módulo. En particular, el número de revoluciones, que es proporcional al módulo del momento angular, no puede aumentar.

Pasado un corto tiempo dt , el punto de contacto A habrá recorrido un fragmento del margen o círculo superior (véase la figura 2); el punto de contacto B se habrá desplazado el mismo trecho en el círculo inferior. Como resultado, el eje instantáneo de rotación, y con él el vector del momento angular, habrá trazado un cono —muy plano—, con el vértice en el baricentro S.

En la práctica, no se podrá inmovilizar el juguete en la mano. Si ésta se limita a reaccionar con su flexibilidad a las fuerzas de reacción del giroscopio, sin darle ningún impulso intencionadamente, actuará como un sistema de muelles del que estuviese colgado el juguete. Giroscopio y muelles pueden intercambiar energía; lo mismo que cuando unas fuerzas giroscópicas tensan un muelle, que al destensarse devuelve al giroscopio la energía que se le transmitió. Pero así no puede aumentar la energía total del sistema, y con ella el número de revoluciones del giroscopio. Durante ese movimiento el momento de fuerzas permanece perpendicular al momento angular (véase el recuadro "El caprichoso movimiento del giroscopio").

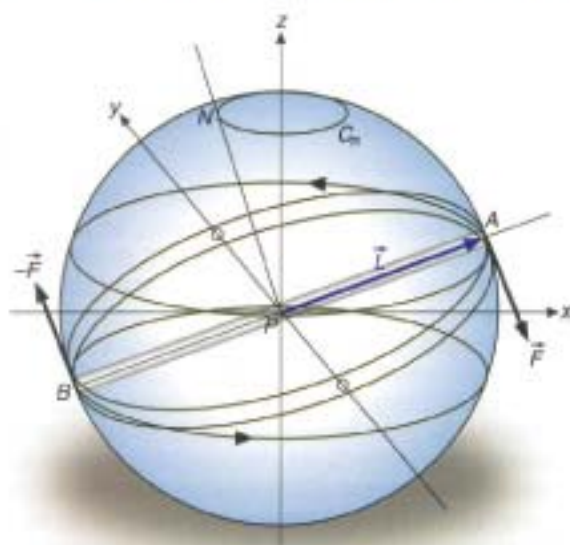


3. Si la variación dL del momento angular L es perpendicular al propio L , de éste sólo variará la dirección (izquierda). Su módulo sólo crecerá cuando dL tenga una componente en dirección de L (derecha)

Empuje

Si se desea que el giroscopio dé más vueltas por segundo, se le tendrá que proporcionar energía, es decir, realizar un trabajo. El trabajo es "fuerza por recorrido"; o más exactamente: fuerza por la componente del recorrido en la dirección de la fuerza. Pero sólo podremos ejercer una fuerza a través del punto de contacto del eje del giroscopio y el margen de la ranura, que hasta ahora era siempre un punto del eje ins-

El caprichoso movimiento del giroscopio



Por la cara interna de la cápsula, aproximadamente esférica, del giroscopio, a lo largo del ecuador, discurre la ranura-guía, representada en estas ilustraciones por un par de círculos poco separados. La perpendicular al plano de la ranura que pasa por el centro de la esfera atraviesa ésta en el "polo norte" N . Durante el movimiento de precesión libre de empuje, la cápsula y la ranura siguen el movimiento de precesión del giroscopio de suerte que el punto N trazará un pequeño círculo C_n , alrededor del eje de precesión, fijo en el espacio, en la dirección de la flecha y con la frecuencia de precesión del giroscopio.

Añadamos un sistema de coordenadas rectangular de tal manera que el eje z coincida con el eje de precesión y que la línea de unión de los puntos de rotación A y B —y con ella, el vector del momento angular \vec{L} , así como los vectores de las fuerzas \vec{F} y $-\vec{F}$ — caiga en el plano $x-z$. Durante el movimiento de precesión, el dibujo entero girará en torno al eje z . En lo demás permanecerá inalterado. En particular, no cambiará la posición relativa de los vectores \vec{L} , \vec{F} , \vec{M} y del "eje de la Tierra" PN . El punto A (como el B) no es un punto concreto del margen de la ranura; en un giro completo todos los puntos de ésta habrán desempeñado el papel del punto A . Pero el punto que aquí hace de punto A se halla en reposo, en ese instante representado, porque se encuentra en el punto superior de inversión del movimiento.

El momento de fuerza se orienta entonces en la dirección del eje y perpendicularmente al plano $x-z$. Es, en particular, perpendicular a la dirección del momento angular; el módulo de éste, pues, no variará.

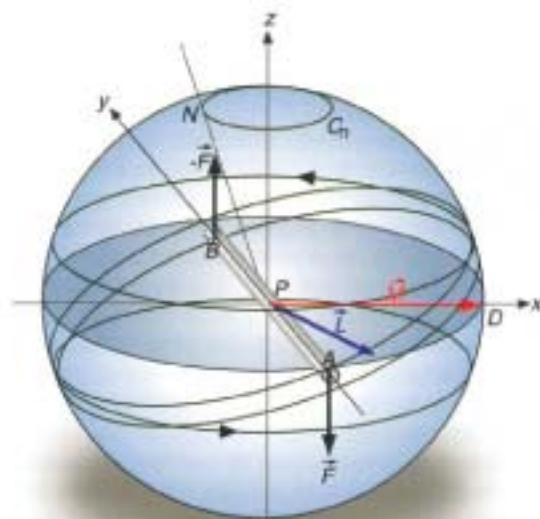
El eje instantáneo de rotación, un punto que, por definición, en el instante correspondiente, no se mueve. Donde no hay recorrido, no existe fuerza que ayude. Hemos de eliminar, pues, esta identidad entre punto de contacto y punto del eje de rotación.

Por consiguiente, debemos impartir al punto de contacto una velocidad distinta de cero. Para lograrlo de la manera más efectiva, se aplicará a la cápsula el mismo movimiento de precesión que se produciría en

Si, en cambio, para la misma posición de la cápsula, el eje de giroscopio no está en el plano $x-z$, sino en el eje y (*dibujo inferior*), el movimiento de precesión de la cápsula (que ya no se generará por sí solo, sino forzado por la mano del jugador) impartirá al giroscopio un momento de fuerza M gracias al par \vec{F} , $-\vec{F}$, un momento que no resultará perpendicular al vector del momento angular. Si M apunta en la dirección de x , en cambio, el vector del momento angular \vec{L} no tendrá la dirección de la recta PA , sino aquella con la que el punto A —por efecto de la rotación alrededor del eje instantáneo de rotación, o sea, de la dirección de \vec{L} — tendrá la velocidad hacia abajo debida. ¡Así que \vec{L} posee ahora una componente que no desaparece en dirección de \vec{M} ! Por claridad, se ha exagerado la desviación del vector del momento angular \vec{L} respecto al eje material del giroscopio.

¿En que consistía, pues, el error de razonamiento que cometimos al creer que no podía acelerarse el giroscopio? En confundir el eje material del giroscopio con el eje instantáneo de rotación.

Cuantitativamente: El giroscopio de un Gyrotwister tiene una masa de unos 250 gramos. De ello se obtiene (para una distribución de masa homogénea) un momento de inercia de $0,625 \text{ kg cm}^2$. El momento de fuerza que ejerce el juguete sobre la mano firme es proporcional al cuadrado del número de revoluciones. Para 200 vueltas por segundo (según las instrucciones se pueden alcanzar hasta 230) al menos $2 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$. Así pues, el aparato, con un brazo de palanca de 2,5 cm, ejerce una fuerza de 80 N sobre la mano del jugador: ¡treinta veces su propio peso!



DIPLOMATIK ARTUR HAMBSPERTRUM DER WISSENSCHAFT

la precesión libre de empuje, pero con una fase adelantada 90 grados. Con el subsiguiente movimiento de la cápsula, el punto de contacto A se moverá hacia abajo, es decir, en la dirección de la fuerza eficaz; puesto que el empuje sobre el giroscopio será distinto de cero, su energía cinética, y con ella su velocidad de rotación, aumentarán.

Desentrañados los entresijos del juguete, el juego ha terminado.